

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ  
ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ  
**ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)**  
**ΤΕΤΑΡΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2012**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**  
**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$ , τότε να αποδείξετε ότι  $[cf(x)]' = cf'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , όπου  $c$  σταθερός πραγματικός αριθμός.

**Μονάδες 10**

**A2.** Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μιας μεταβλητής  $x$ , αν  $\bar{x} > 0$  και πώς αν  $\bar{x} < 0$ ;

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση ποσοτικών δεδομένων (μονάδες 2).

**β)** Η παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$  εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του  $y=f(x)$  ως προς  $x$ , όταν  $x=x_0$  (μονάδες 2).

**γ)** Αν  $x > 0$ , τότε  $(\ln x)' = -\frac{1}{x}$  (μονάδες 2).

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

- δ) Το εύρος, η διακύμανση και η τυπική απόκλιση των τιμών μιας μεταβλητής είναι μέτρα διασποράς (μονάδες 2).
- ε)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta\mu x = \eta\mu x_0, x_0 \in \mathbb{R}$  (μονάδες 2).

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 + \alpha x + \beta \text{ με } x \in \mathbb{R} \text{ και } \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

- B1.** Να βρεθεί το  $\alpha$ , ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο που η γραφική παράσταση τέμνει τον  $y'y$ , σχηματίζει με τον  $x'x$  γωνία  $45^\circ$

**Μονάδες 8**

- B2.** Αν  $\alpha=1$  και  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + \beta x}{x + 1} = 6$ , να βρεθεί το  $\beta$ .

**Μονάδες 9**

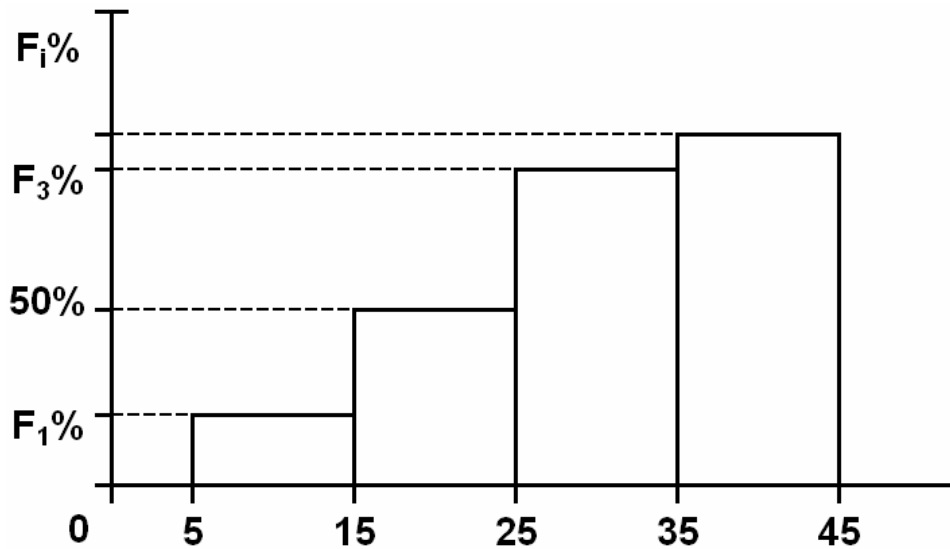
- B3.** Αν  $\alpha=1, \beta=7$  και  $g(x) = f(x) - x^3$  με  $x \in \mathbb{R}$ , να μελετηθεί η  $g$  ως προς την μονοτονία.

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Γ**

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν οι μαθητές μιας τάξης για να λύσουν ένα μαθηματικό πρόβλημα ανήκουν στο διάστημα  $[5,45)$  και έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους. Τα δεδομένα των χρόνων εμφανίζονται στο παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό.

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ



**Γ1.** Με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό, να υπολογίσετε τη διάμεσο των χρόνων που χρειάστηκαν οι μαθητές.

**Μονάδες 4**

**Γ2.** Στον επόμενο πίνακα συχνοτήτων της κατανομής των χρόνων, να αποδείξετε ότι  $\alpha=8$  (μονάδες 3) και να τον μεταφέρετε κατάλληλα συμπληρωμένο στο τετράδιό σας (μονάδες 5).

Χρόνοι (λεπτά)	$x_i$	$v_i$	$f_i\%$	$N_i$	$F_i\%$
$[5, \cdot)$		$\alpha+4$			
$[\cdot, \cdot)$		$3\alpha-6$			
$[\cdot, \cdot)$		$2\alpha+8$			
$[\cdot, 45)$		$\alpha-2$			
Σύνολο					

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Να βρεθεί η μέση τιμή  $\bar{x}$  και η τυπική απόκλιση  $s$  των χρόνων. (Δίνεται ότι:  $\sqrt{84} \approx 9,17$ )

**Μονάδες 8**

**Γ4.** Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν για να λύσουν το μαθηματικό πρόβλημα τουλάχιστον 37 λεπτά.

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$ ,  $x \in \mathbb{R}$

**Δ1.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Αν  $0 < \alpha < \beta < \gamma < 3$  να αποδείξετε ότι το εύρος των τιμών  $f(0)$ ,  $f(\alpha)$ ,  $f(\beta)$ ,  $f(\gamma)$ ,  $f(3)$  είναι  $R=1,8$

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $\Sigma(1, f(1))$  έχει εξίσωση  $\varepsilon: y = -x + 2$  (μονάδες 2).

Θεωρούμε δέκα σημεία  $(x_i, y_i)$ ,  $i=1,2,\dots,10$  της ευθείας  $\varepsilon$  τέτοια, ώστε οι τετμημένες τους  $x_i$  να έχουν μέση τιμή  $\bar{x}=10$  και τυπική απόκλιση  $s_x=2$ . Να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{y}$  και την τυπική απόκλιση  $s_y$  των τεταγμένων  $y_i$  των δέκα σημείων που επιλέξαμε (μονάδες 6).

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Έστω  $M(x, f(x))$ ,  $x > 0$  σημείο της γραφικής παράστασης της  $f$ . Η παράλληλη από το  $M$  προς τον άξονα  $y'y$  τέμνει τον ημιάξονα  $Ox$  στο σημείο  $K(x, 0)$  και η παράλληλη από το  $M$  προς τον άξονα  $x'x$  τέμνει τον ημιάξονα  $Oy$  στο σημείο  $\Lambda(0, f(x))$ . Αν  $O$  είναι η αρχή των αξόνων να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλόγραμμου  $OKMA$  γίνεται μέγιστο, όταν αυτό γίνει τετράγωνο.

**Μονάδες 7**

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.30 π.μ.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**